FINAL JEE-MAIN EXAMINATION - JANUARY, 2020
Held On Wednesday, 8 January 2020
TIME : 2 : 30 PM to 05 : 30 PM

1. Let $\vec{a} = \hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ and $\vec{c}$ is nonzero vector and $\vec{b}\times\vec{c} = \vec{b}\times\vec{a}$, $\vec{a}.\vec{c} = 0$ find $\vec{b}.\vec{c}$

माना $\vec{a} = \hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ तथा $\vec{c}$ एक अशून्य सदिश है तथा $\vec{b}\times\vec{c} = \vec{b}\times\vec{a}$, $\vec{a}.\vec{c} = 0$ तो $\vec{b}.\vec{c}$ का मान होगा:

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $-\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{1}{3}$

Ans. **(3)**

Sol. $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{a})$

$-(\vec{a}.\vec{b})\,\vec{c} = (\vec{a}.\vec{a})\vec{b} - (\vec{a}.\vec{b})\vec{a}$

$-4\vec{c} = 6(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}) - 4(\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})$

$-4\vec{c} = 2\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}$

$\vec{c} = -\frac{1}{2}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$

$\vec{b}.\vec{c} = -\frac{1}{2}$

2. Let coefficient of x^4 and x^2 in the expansion of $\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)^6+\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)^6$ is α and β then $\alpha-\beta$ is equal to

माना $\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)^6+\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)^6$ के प्रसार में x^4 तथा x^2 के गुणांक क्रमशः α तथा β है तो $\alpha-\beta$ का मान है :

(1) 48 (2) 60 (3) –132 (4) –60

Ans. **(3)**

$2[{}^6C_0\, x^6 + {}^6C_2\, x^4\,(x^2-1) + {}^6C_4\, x^2\,(x^2-1)^2 + {}^6C_6\,(x^2-1)^3]$

$= 2[x^6 + 15(x^6 - x^4) + 15x^2(x^4 - 2x^2 + 1) + (-1 + 3x^2 - 3x^4 + x^6)]$

$= 2(32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1)$

$\alpha = -96$ and और $\beta = 36$ $\therefore$ $\alpha-\beta = -132$

3. Differential equation of $x^2 = 4b(y + b)$, where b is a parameter, is

$x^2 = 4b(y + b)$, जहाँ b एक प्राचल है, का अवकल समीकरण होगा :

(1) $x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 2y\frac{dy}{dx} + x^2$

(2) $x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 2y\frac{dy}{dx} + x$

(3) $x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = y\frac{dy}{dx} + x^2$

(4) $x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = y\frac{dy}{dx} + 2x^2$

Ans. **(2)**

Sol. $2x = 4by' \quad \Rightarrow \quad b = \frac{x}{2y'}$

So. differential equation is $x^2 = \frac{2x}{y'}.\, y + \left(\frac{x}{y'}\right)^2$

अतः अवकल समीकरण $x^2 = \frac{2x}{y'}.\, y + \left(\frac{x}{y'}\right)^2 \Rightarrow x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 2y\frac{dy}{dx} + x$

4. Image of (1, 2, 3) w.r.t a plane is $\left(\frac{-7}{3}, \frac{-4}{3}, \frac{-1}{3}\right)$ then which of the following points lie on the plane

(1, 2, 3) का किसी समतल में प्रतिबिम्ब $\left(\frac{-7}{3}, \frac{-4}{3}, \frac{-1}{3}\right)$ तो निम्न में से कौनसा बिन्दु समतल पर स्थित नहीं है :

(1) (–1, 1,–1) (2) (–1, –1, –1) (3) (–1, –1,1) (4) (1, 1, –1)

Ans. **(4)**

Sol. d.r of normal to the plane

समतल के लम्बवत् द्विकअनुपात

$\frac{10}{3}, \frac{10}{3}, \frac{10}{3}$

1, 1, 1

midpoint of P and Q is $\left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$

P तथा Q का मध्य बिन्दु $\left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$

equation of plane x + y + z = 1

समतल का समीकरण x + y + z = 1

5. $\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x t\sin(10t)dt}{x}$ is equal to

$\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x t\sin(10t)dt}{x}$ का मान है :

(1) 1 (2) 10 (3) 5 (4) 0

Ans. **(4)**

Sol. Using L'Hospital

L हॉस्पिटल से

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin(10x)}{1}=0$$

6. Let P be the set of points (x, y) such that $x^2 \le y \le -2x + 3$. Then area of region bounded by points in set P is

माना P बिन्दुओं (x, y) का समुच्चय इस प्रकार है कि $x^2 \le y \le -2x + 3$. तो P के सभी बिन्दुओं द्वारा सम्बद्ध क्षेत्रफल होगा:

(1) $\frac{16}{3}$ (2) $\frac{32}{3}$ (3) $\frac{29}{3}$ (4) $\frac{20}{3}$

Ans. **(2)**

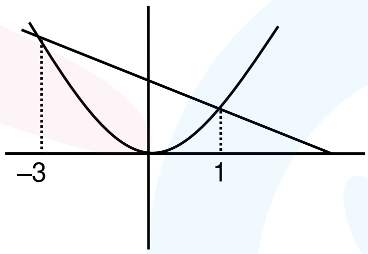
Sol. Point of intersection of $y = x^2$ & $y = -2x + 3$ is

$y = x^2$ तथा $y = -2x + 3$ का प्रतिच्छेदन बिन्दु

obtained by प्राप्त होता है, $x^2 + 2x - 3 = 0$

$\Rightarrow x = -3, 1$

So, Area अतः क्षेत्रफल $= \int_{-3}^{1}(3-2x-x^2)dx = 3(4) - 2\left(\frac{1^2-3^2}{2}\right) - \left(\frac{1^3+3^3}{3}\right) = 12 + 8 - \frac{28}{3} = \frac{32}{3}$



7. Let $f(x) = \frac{x[x]}{x^2+1} : (1, 3) \to R$ then range of f(x) is (where [.] denotes greatest integer function)

माना $f(x) = \frac{x[x]}{x^2+1} : (1, 3) \to R$ तो f(x) का परिसर है (जहाँ [.] महत्तम पूर्णांक फलन है)

(1) $\left(0,\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{5},\frac{7}{5}\right]$ (2) $\left(\frac{2}{5},\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right]$

(3) $\left(\frac{2}{5},1\right)\cup\left(1,\frac{4}{5}\right]$ (4) $\left(0,\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{5},\frac{4}{5}\right]$

Ans. **(2)**

Sol $f(x)\begin{cases}\dfrac{x}{x^2+1}; & x\in(1,2)\\ \dfrac{2x}{x^2+1}; & x\in[2,3)\end{cases}$

$\therefore$ f(x) is a decreasing function

$\therefore$ f(x) ह्रासमान फलन है।

$\therefore$ $y\in\left(\frac{2}{5},\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{6}{10},\frac{4}{5}\right]$

$\Rightarrow$ $y\in\left(\frac{2}{5},\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right]$

8. Let $A=\begin{bmatrix}2&2\\9&4\end{bmatrix}$ and $I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ then value of $10\,A^{-1}$ is –

माना $A=\begin{bmatrix}2&2\\9&4\end{bmatrix}$ तथा $I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ तो $10\,A^{-1}$ का मान होगा :

(1) $4I-A$ (2) $6I-A$ (3) $A-4I$ (4) $A-6I$

Ans. **(4)**

Sol. Characteristics equation of matrix 'A' is

आव्यूह 'A' की अभिलाक्षणिक समीकरण है –

$\begin{vmatrix}2-x&2\\9&4-x\end{vmatrix}=0 \quad\Rightarrow\quad x^2-6x-10=0$

$\therefore$ $A^2-6A-10I=0$

$\Rightarrow$ $10A^{-1}=A-6I$

9. Solution set of $3^x(3^x-1)+2=|3^x-1|+|3^x-2|$ contains

(1) singleton set (2) two elements

(3) at least four elements (4) infinite elements

$3^x(3^x-1)+2=|3^x-1|+|3^x-2|$ का हल समुच्चय रखता है।

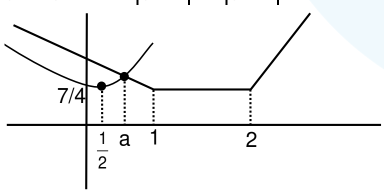
(1) एक हल (2) दो हल (3) कम से कम चार हल (4) अन्नत हल

Ans. **(1)**

Sol. Let $3^x=t$

$t(t-1)+2=|t-1|+|t-2|$

$t^2-t+2=|t-1|+|t-2|$



are positive solution

$t=a$

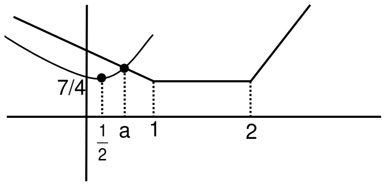
$3^x=a$

$x=\log_3 a$ so singleton set

Hindi. माना कि $3^x = t$

$t(t-1) + 2 = |t-1| + |t-2|$

$t^2 - t + 2 = |t-1| + |t-2|$



धनात्मक हल है।

$t = a$

$3^x = a$

$x = \log_3 a$ एकल समुच्चय

10. Mean and variance of 20 observation are 10 and 4. It was found, that in place of 11, 9 was taken by mistake find correct variance.

20 आंकड़ों का माध्य तथा चरिता क्रमशः 10 तथा 4 है। यदि 11 के स्थान पर गलती से 9 लिया गया है तो सही चरिता है–

(1) 3.99 (2) 3.98 (3) 4.01 (4) 4.02

Ans. **(1)**

Sol. $\frac{\sum x_i}{20} = 10$ ....(i)

$\frac{\sum x_i^2}{20} - 100 = 4$ ....(ii)

$\sum x_i^2 = 104 \times 20 = 2080$

Actual mean सही माध्य $= \frac{200-9+11}{20} = \frac{202}{20}$

Variance चरिता $= \frac{2080-81+121}{20} - \left(\frac{202}{20}\right)^2$

$= \frac{2120}{20} - (10.1)^2 = 106 - 102.01 = 3.99$

11. $\lambda x + 2y + 2z = 5$

$2\lambda x + 3y + 5z = 8$

$4x + \lambda y + 6z = 10$

for the system of equation check the correct option.

(1) Infinite solutions when $\lambda = 8$ (2) Infinite solutions when $\lambda = 2$

(3) no solutions when $\lambda = 8$ (4) no solutions when $\lambda = 2$

$\lambda x + 2y + 2z = 5$
$2\lambda x + 3y + 5z = 8$
$4x + \lambda y + 6z = 10$
समीकरण निकाय के लिये सही विकल्प है।

(1) अनन्त हल है जब $\lambda = 8$
(2) अनन्त हल है जब $\lambda = 2$
(3) कोई हल नही है जब $\lambda = 8$
(4) कोई हल नही है जब $\lambda = 2$

Ans. **(4)**

Sol. $D = \begin{vmatrix} \lambda & 2 & 2 \\ 2\lambda & 3 & 5 \\ 4 & \lambda & 6 \end{vmatrix}$

$D = (\lambda + 8)(2 - \lambda)$
for $\lambda = 2$

$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 8 & 3 & 5 \\ 10 & 2 & 6 \end{vmatrix}$

$= 5[18 - 10] - 2[48 - 50] + 2(16 - 30]$
$= 40 + 4 - 28 \neq 0$
No solutions for $\lambda = 2$

12. For an A.P. $T_{10} = \frac{1}{20}$; $T_{20} = \frac{1}{10}$ Find sum of first 200 term.

एक समान्तर श्रेणी के लिए $T_{10} = \frac{1}{20}$; $T_{20} = \frac{1}{10}$ प्रथम 200 पदों का योग है।

(1) $201\ \frac{1}{2}$
(2) $101\ \frac{1}{2}$
(3) $301\ \frac{1}{2}$
(4) $100\ \frac{1}{2}$

Ans. **(4)**

Sol. $T_{10} = \frac{1}{20} = a + 9d$ ....(i)

$T_{20} = \frac{1}{10} = a + 19d$ ....(ii)

$\Rightarrow \quad a = \frac{1}{200}, d = \frac{1}{200} \quad \Rightarrow \quad S_{200} = \frac{200}{2}\left[\frac{2}{200} + \frac{199}{200}\right] = \frac{201}{2} = 100\ \frac{1}{2}$

13. Let $\alpha = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ and $a = (1+\alpha)\sum_{k=0}^{100}\alpha^{2k}$, $b = \sum_{k=0}^{100}\alpha^{3k}$. If a and b are roots of quadratic equation then quadratic equation is

माना कि $\alpha = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ तथा $a = (1+\alpha)\sum_{k=0}^{100}\alpha^{2k}$, $b = \sum_{k=0}^{100}\alpha^{3k}$ यदि a तथा b द्विघात समीकरण के मूल है तो द्विघात समीकरण है–

(1) $x^2 - 102x + 101 = 0$
(2) $x^2 - 101x + 100 = 0$
(3) $x^2 + 101x + 100 = 0$
(4) $x^2 + 102x + 100 = 0$

Ans. **(1)**

Sol. $\alpha = \omega,\quad b = 1 + \omega^3 + \omega^6 + \ldots\ldots = 101$

$a = (1 + \omega)(1 + \omega^2 + \omega^4 + \ldots..\omega^{198} + \omega^{200})$

$$= (1+\omega)\frac{\left(1-\left(\omega^2\right)^{101}\right)}{1-\omega^2} = \frac{(1+\omega)(1-\omega)}{1-\omega^2} = 1$$

Equation : समीकरण $x^2 - (101 + 1)x + (101) \times 1 = 0 \qquad \Rightarrow x^2 - 102x + 101 = 0$

14. Let f(x) is a three degree polynomial for which $f'(-1) = 0$, $f''(1) = 0$, $f(-1) = 10$, $f(1) = 6$ then local minima of f(x) exist at

माना f(x) तीन घात का बहुपद फलन है जिसके लिए $f'(-1) = 0$, $f''(1) = 0$, $f(-1) = 10$, $f(1) = 6$ तब f(x) का स्थानीय निम्न्ष्ठि किस बिंदु पर विद्यमान है–

(1) $x = 3$ (2) $x = 2$ (3) $x = 1$ (4) $x = -1$

Ans. (1)

Sol. Let माना $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$a = \frac{1}{4} \qquad d = \frac{35}{4}$

$b = \frac{-3}{4} \qquad c = -\frac{9}{4}$

$\Rightarrow f(x) = a(x^3 - 3x^2 - 9x) + d$

$f'(x) = \frac{3}{4}(x^2 - 2x - 3)$

$\Rightarrow f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3, -1$

+ −
−1 3

local minima exist at $x = 3$ $\qquad$ $x = 3$ पर निम्न्ष्ठि मान है

15. Let A and B are two events such that P(exactly one) = $\frac{2}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ then $P(A \cap B) =$

माना A और B दो घटनाऐं इस प्रकार है कि P(ठीक एक) = $\frac{2}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ तब $P(A \cap B) =$

(1) $\frac{1}{10}$ (2) $\frac{2}{9}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) $\frac{1}{12}$

Ans. (1)

Sol. P(exactly one ठीक एक) = $\frac{2}{5}$

$\Rightarrow P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{2}{5}$

$P(A \cup B) = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2}$

$\therefore P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{5-4}{10} = \frac{1}{10}$

16. Let माना $I = \int_1^2 \frac{1dx}{\sqrt{2x^3 - 9x^2 + 12x + 4}}$ then तब

(1) $\frac{1}{9} < I^2 < \frac{1}{8}$

(2) $\frac{1}{3} < I^2 < \frac{1}{2}$

(3) $\frac{1}{9} < I < \frac{1}{8}$

(4) $\frac{1}{3} < I < \frac{1}{2}$

Ans. **(1)**

Sol. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x^3 - 9x^2 + 12x + 4}}$

$f'(x) = \frac{-1}{2} \frac{(6x^2 - 18x + 12)}{(2x^3 - 9x^2 + 12x + 4)^{\frac{3}{2}}}$

$= \frac{-6(x-1)(x-2)}{2(2x^3 - 9x^2 + 12x + 4)^{\frac{3}{2}}}$

$f(1) = \frac{1}{3}$, $\quad f(2) = \frac{1}{\sqrt{8}}$

$\frac{1}{3} < I < \frac{1}{\sqrt{8}}$

17. Normal at (2, 2) to curve $x^2 + 2xy - 3y^2 = 0$ is L. Then perpendicular distance from origin to line L is
वक्र $x^2 + 2xy - 3y^2 = 0$ के बिंदु (2, 2) पर अभिलम्ब L है, तब मूल बिंदु से रेखा L पर लम्ब की लंबाई है–

(1) $4\sqrt{2}$ (2) 2 (3) $2\sqrt{2}$ (4) 4

Ans. **(3)**

Sol. $x^2 + 2xy - 3y^2 = 0$

$x^2 + 3xy - xy - 3y^2 = 0$

$(x - y)(x + 3y) = 0$

$x - y = 0 \qquad x + 3y = 0$

(2, 2) satisfy $x - y = 0$ संतुष्ट करता है

Normal अभिलम्ब :

$x + y = \lambda$

$\lambda = 4$

Hence इस प्रकार $x + y = 4$

perpendicular distance from origin $= \left|\frac{0+0-4}{\sqrt{2}}\right| = 2\sqrt{2}$

मूल बिंदु से लम्बवत् दूरी $= \left|\frac{0+0-4}{\sqrt{2}}\right| = 2\sqrt{2}$

18. Which of the following is tautology-

निम्न में से कौनसा पुनुरूक्ति है–

(1) $\sim(p \vee \sim q) \rightarrow (p \vee q)$ (2) $(\sim p \vee q) \rightarrow (p \vee q)$

(3) $\sim(p \wedge \sim q) \rightarrow (p \vee q)$ (4) $\sim(p \vee \sim q) \rightarrow (p \wedge q)$

Ans. (1)

Sol. $(\sim p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

$\sim\{(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)\}$

$\sim\{\sim p \wedge f\}$

19. If a hyperbola has vertices $(\pm 6, 0)$ and $P(10, 16)$ lies on it, then the equation of normal at P is

यदि एक अतिपरवलय के शीर्ष $(\pm 6, 0)$ हैं तथा बिंदु $P(10, 16)$ इस अतिपरवलय पर स्थित है, तब P पर अभिलम्ब का समीकरण है

(1) $2x + 5y = 100$ (2) $2x + 5y = 10$ (3) $2x - 5y = 100$ (4) $5x + 2y = 100$

Ans. (1)

Sol. Vertex is at $(\pm 6, 0)$

$\therefore$ $a = 6$

Let the hyperbola is $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Putting point $P(10, 16)$ on the hyperbola

$\frac{100}{36} - \frac{256}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 144$

$\therefore$ hyperbola is $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{144} = 1$

$\therefore$ equation of normal is $\frac{a^2x}{x_1} + \frac{b^2y}{y_1} = a^2 + b^2$

$\therefore$ putting we get $2x + 5y = 100$

Sol. शीर्ष $(\pm 6, 0)$ है

$\therefore$ $a = 6$

माना अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

बिंदु $P(10, 16)$ अतिपरवलय पर स्थित है

$\frac{100}{36} - \frac{256}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 144$

$\therefore$ अतिपरवलय $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{144} = 1$

$\therefore$ अभिलम्ब का समीकरण $\frac{a^2x}{x_1} + \frac{b^2y}{y_1} = a^2 + b^2$

$\therefore$ रखने पर $2x + 5y = 100$

20. If $y = mx + c$ is a tangent to the circle $(x-3)^2 + y^2 = 1$ and also the perpendicular to the tangent to the circle $x^2 + y^2 = 1$ at $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, then

यदि रेखा $y = mx + c$ वृत $(x-3)^2 + y^2 = 1$ की स्पर्श रेखा है तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ के बिंदु $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ पर स्पर्श रेखा के लम्बवत् भी हैं तब

(1) $c^2 + 6c + 7 = 0$ (2) $c^2 - 6c + 7 = 0$ (3) $c^2 + 6c - 7 = 0$ (4) $c^2 - 6c - 7 = 0$

Ans. (1)

Sol. Slope of tangent to $x^2 + y^2 = 1$ at $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$x^2 + y^2 = 1$ की $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता

$x^2 + y^2 = 1$

$2x + 2yy' = 0$

$y' = -\frac{x}{y} = -1$

$y = mx + c$ is tangent of $x^2 + y^2 = 1$

$y = mx + c$ वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ की स्पर्श रेखा है

so इसलिये $m = 1$

$y = x + c$

now distance of $(3, 0)$ from $y = x + c$ is

अब $(3, 0)$ की रेखा $y = x + c$ से दूरी है

$\left|\frac{c+3}{\sqrt{2}}\right| = 1$

$c^2 + 6c + 9 = 2$

$c^2 + 6c + 7 = 0$

21. Let $\frac{\sqrt{2}\sin\alpha}{\sqrt{1+\cos 2\alpha}} = \frac{1}{7}$ and $\sqrt{\frac{1-\cos 2\beta}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ where $\alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Then $\tan(\alpha + 2\beta)$ is equal to

माना $\frac{\sqrt{2}\sin\alpha}{\sqrt{1+\cos 2\alpha}} = \frac{1}{7}$ तथा $\sqrt{\frac{1-\cos 2\beta}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ जहाँ $\alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. तब $\tan(\alpha + 2\beta)$ बराबर है–

Ans. (1)

Sol. $\frac{\sqrt{2}\sin\alpha}{\sqrt{2}\cos\alpha} = \frac{1}{7}$ and तथा $\frac{\sqrt{2}\sin\beta}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

$\tan\alpha = \frac{1}{7}$

$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$

$\tan\beta = \frac{1}{3}$

$\tan 2\beta = \frac{2.\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{9}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{9}} = \frac{3}{4}$

$\tan(\alpha + 2\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan 2\beta}{1-\tan\alpha\tan 2\beta} = \frac{\frac{1}{7}+\frac{3}{4}}{1-\frac{1}{7}.\frac{3}{4}} = \frac{\frac{4+21}{28}}{\frac{25}{28}} = 1$

SECTION – 2

- ❖ This section contains **FIVE (03)** questions. The answer to each question is **NUMERICAL VALUE** with two digit integer and decimal upto one digit.
- ❖ If the numerical value has more than two decimal places **truncate/round-off** the value upto **TWO** decimal places.
  - ➢ Full Marks : **+4** If ONLY the correct option is chosen.
  - ➢ Zero Marks : **0** In all other cases

खंड 2

- ❖ इस खंड में **पाँच (03)** प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान **(NUMERICAL VALUE)** हैं, जो द्वि–अंकीय पूर्णांक तथा दशमलव एकल–अंकन में है।
- ❖ यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान है , तो संख्यात्मक मान को दशमलव के दो स्थानों तक **ट्रंकेट/राउंड ऑफ (truncate/round-off)** करें।
- ❖ अंकन योजना :
  - ➢ पूर्ण अंक : **+4** यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
  - ➢ शून्य अंक : **0** अन्य सभी परिस्थितियों में।

---

22. The number of four letter words that can be made from the letters of word "EXAMINATION" is
शब्द "EXAMINATION" से बनने वाले चार अक्षरों के शब्दों की संख्या है–

Ans. 2454

Sol. EXAMINATION
2N, 2A, 2I, E, X, M, T, O

Case I All are different so $^8P_4 = \frac{8!}{4!} = 8.7.6.5 = 1680$

Case II 2 same and 2 different so $^3C_1 . ^7C_2 . \frac{4!}{2!} = 3.21.12 = 756$

Case III 2 same and 2 same so $^3C_2 . \frac{4!}{2!.2!} = 3.6 = 18$

$\therefore$ Total = 1680 + 756 + 18 = 2454

Hindi. EXAMINATION
2N, 2A, 2I, E, X, M, T, O

रिथति **- I** सभी भिन्न–भिन्न है $^8P_4 = \frac{8!}{4!} = 8.7.6.5 = 1680$

स्थति **-II** 2 समान तथा 2 भिन्न–भिन्न है $^3C_1 . ^7C_2 . \frac{4!}{2!} = 3.21.12 = 756$

स्थिति **-III** 2 समान तथा 2 समान $^3C_2 \cdot \frac{4!}{2!.2!} = 3.6 = 18$

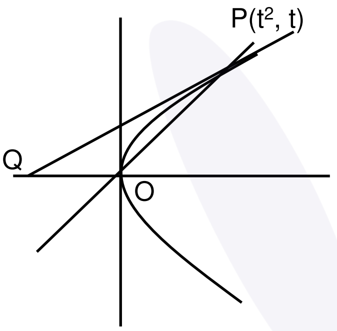
$\therefore$ कुल = 1680 + 756 + 18 = 2454

23. Let the line y = mx intersects the curve $y^2 = x$ at P and tangent to $y^2 = x$ at P intersects x-axis at Q. If area (ΔOPQ) = 4, find m (m > 0)

माना कि रेखा y = mx वक्र $y^2 = x$ को P पर काटती है तथा $y^2 = x$ की P पर स्पष्ट रेखा x-अक्ष को बिन्दु Q पर काटती है। यदि क्षेत्रफल (ΔOPQ) = 4, m (m > 0) ज्ञात कीजिए–

Ans. 0.5

Sol.



$2ty = x + t^2$

$Q(-t^2, 0)$

$$\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ t^2 & t & 1 \\ -t^2 & 0 & 1 \end{matrix}\right\| = 4$$

$$|t|^3 = 8$$

$$t = \pm 2 \quad (t > 0)$$

$$m = \frac{1}{2}$$

24. $\sum_{n=1}^{7} \frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ is equal to बराबर है–

Ans. 504

Sol. $\frac{1}{4}\left[\sum_{n=1}^{7}(2n^3 + 3n^2 + n)\right]$

$$\frac{1}{4}\left[2\left(\frac{7.8}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{7.8.15}{6}\right) + \frac{7.8}{2}\right]$$

$$\frac{1}{4}[2 \times 49 \times 16 + 28 \times 15 + 28]$$

$$\frac{1}{4}[1568 + 420 + 28] = 504$$